



**NEDUR**

Núcleo de Estudos em Desenvolvimento  
Urbano e Regional  
Universidade Federal do Paraná

# Jogos com resultados incertos

Prof<sup>a</sup>. Kênia Barreiro de Souza

Professora do Departamento de Economia e do Programa de Pós-Graduação em Desenvolvimento Econômico da Universidade Federal do Paraná e Pesquisadora do Núcleo de Estudos em Desenvolvimento Urbano e Regional (NEDUR)

***Material desenvolvido para a disciplina de Teoria dos Jogos (SE358) do Curso de Ciências Econômicas da Universidade Federal do Paraná (UFPR). O uso desse material fica autorizado em outros cursos desde que devidamente citados os créditos.***

*Janeiro/2021*

---

BIERMAN, H. S. FERNANDEZ, L. (2011) Teoria dos Jogos. Editora Pearson. (Capítulo 10)

# Jogos com resultados incertos

- Todos os jogos analisados até esse ponto tratam os resultados como certos, ou seja, os jogadores sabem que os payoffs serão aqueles com 100% de certeza.
- Porém, é comum que as decisões sejam tomadas em ***ambientes incertos***, nos quais diferentes cenários, com diferentes probabilidades de ocorrência podem levar a resultados distintos.
- A esses cenários damos o nome de ***estados da natureza***.
  - Sendo assim, podemos adaptar os jogos para o contexto de incerteza criando uma **pseudo-jogadora: a natureza**.
  - A jogadora natureza escolhe qual estado deverá ocorrer, porém não possui um payoff, e os demais jogadores (doravante jogadores estratégicos), buscam a melhor estratégia condicionada ao estado escolhido pela natureza.

# Incerteza em jogos estáticos

- No caso de jogos estáticos, podemos simular a incerteza por meio de diferentes jogos. Bierman e Fernandez (2011, p. 191-192) exemplificam essa situação com duas empresas, A e B, que perfuram poços de petróleo.
- Ambas as empresas possuem três ações possíveis: ***não perfurar, perfurar utilizando tubulação estreita e perfurar utilizando tubulação larga***.
  - A tubulação estreita é menos custosa, porém a velocidade de extração é mais lenta.
  - O problema das empresas está relacionado a impossibilidade de determinação do tamanho da reserva de petróleo antes da perfuração. Ambas as empresas conhecem bem a região e sabem que ***existe uma chance de 40% do poço ser seco***, e todo o investimento com perfuração ser perdido, ao passo que em ***outros 60% o poço será jorrante***, ou seja, com petróleo e permitindo a recuperação do investimento.
- Bierman e Fernandez utilizam o termo ***“incerteza exógena”*** para distinguir para distinguir dos problemas nos quais a solução implica estratégias mistas, e conseqüentemente uma utilidade esperada que é endógena a solução.

# Incerteza em jogos estáticos

- As duas situações podem ser representadas a partir de duas matrizes de payoffs:

Estado da natureza: **Poço Jorrante (60%)**

**Empresa B**

<b>Empresa A</b>	Não perfurar	Perfurar poço estreito	Perfurar poço largo
Não perfurar	(0, 0)	(0, 44)	(0, 31)
Perfurar poço estreito	(44, 0)	(14, 14)	(-1, 16)
Perfurar poço largo	(31, 0)	(16, -1)	(1, 1)

Estado da natureza: **Poço Seco (40%)**

**Empresa B**

<b>Empresa A</b>	Não perfurar	Perfurar poço estreito	Perfurar poço largo
Não perfurar	(0, 0)	(0, -16)	(0, -29)
Perfurar poço estreito	(-16, 0)	(-16, -16)	(-16, -29)
Perfurar poço largo	(-29, 0)	(-29, -16)	(-29, -29)

# Incerteza em jogos estáticos

- **Se os jogadores são neutros ao risco**, dadas as probabilidades de ocorrência de cada um dos estados da natureza, podemos simplesmente utilizar a matriz de payoffs esperados para cada perfil de estratégias.
  - Por exemplo para o perfil {não perfurar; perfurar poço estreito} o payoff (0, 44) ocorre com probabilidade de 60%, enquanto o payoff (0,16) ocorre em 40% dos casos. Logo, para a empresa A, o payoff é zero em todos os casos, mas para a empresa B, o payoff esperado será de  $44 \times 0,6 + (-16) \times 0,4 = 20$ .

Empresa A	Empresa B		
	Não perfurar	Perfurar poço estreito	Perfurar poço largo
Não perfurar	0, 0	0, 20	0, 7
Perfurar poço estreito	20, 0	2, 2	-7, -2
Perfurar poço largo	7, 0	-2, -7	-11, -11

# Incerteza em jogos estáticos

- Vale ressaltar, que se os jogadores possuem preferências diante do risco, precisaremos considerar não apenas os valores esperados, mas **a utilidade esperada** desses jogadores, em uma função de utilidade do tipo Von Neumann-Morgenstern – para maiores detalhes do tratamento de incerteza, ver Varian (2016, p. 213-231).

# Incerteza em jogos dinâmicos

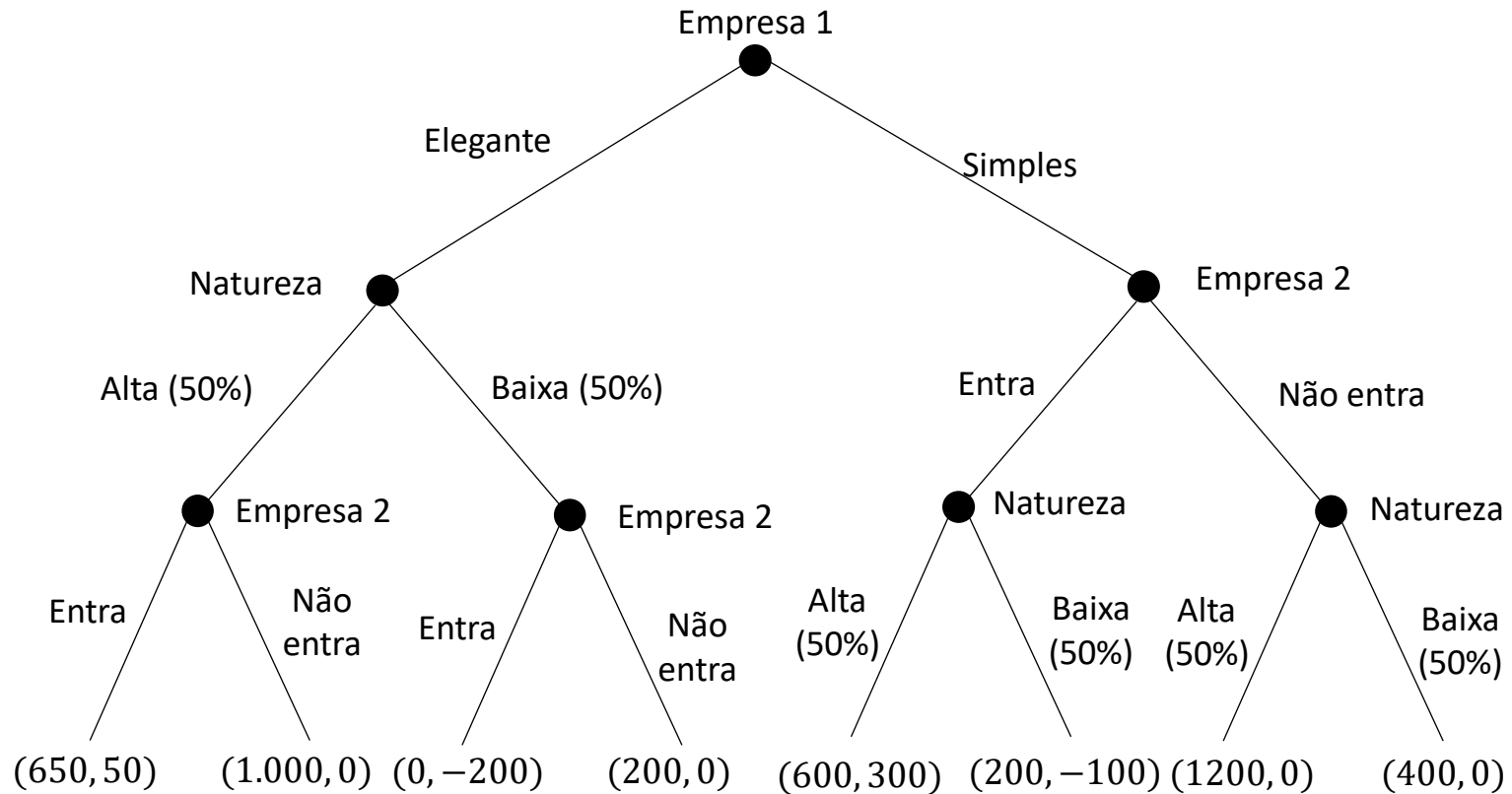
- ***A natureza também pode jogar jogos dinâmicos!***
- Novamente, seguindo o exemplo de Bierman e Fernandez, vamos analisar a competição de duas empresas (1 e 2) produtoras de software.
- A empresa 1 é líder do mercado e irá lançar um novo software, o problema da empresa 1 consiste em decidir o tipo de campanha publicitária para esse lançamento. A empresa pode escolher uma ***campanha simples ou uma campanha elegante***. Obviamente a campanha elegante tem um custo maior.
- Sua concorrente, a empresa 2, observa a escolha da empresa 1 e toma a decisão de ***copiar o software da líder, ou ficar fora desse mercado***. A empresa 2 pode observar o que a empresa 1 decidiu, mas irá demorar um ano para poder construir um software semelhante e lançá-lo no mercado.



# Incerteza em jogos dinâmicos

- Ambas as empresas se defrontam com um problema adicional: ***a demanda pelo software é incerta, podendo ser alta ou baixa, ambas com probabilidade de 50%.***
- Vamos também assumir que, ainda que a demanda seja alta, ***quando a empresa 1 faz uma campanha simples, as vendas aumentam apenas no segundo período,*** de tal forma que, ao observar as vendas da empresa 1 no primeiro período, a empresa 2 ainda não pode prever se a demanda será alta ou baixa para o segundo período. Porém, se a empresa 1 faz uma campanha elegante, as vendas no primeiro período serão significativamente melhores em alta demanda, permitindo à empresa 2 saber qual é o estado da natureza antes de tomar sua decisão.

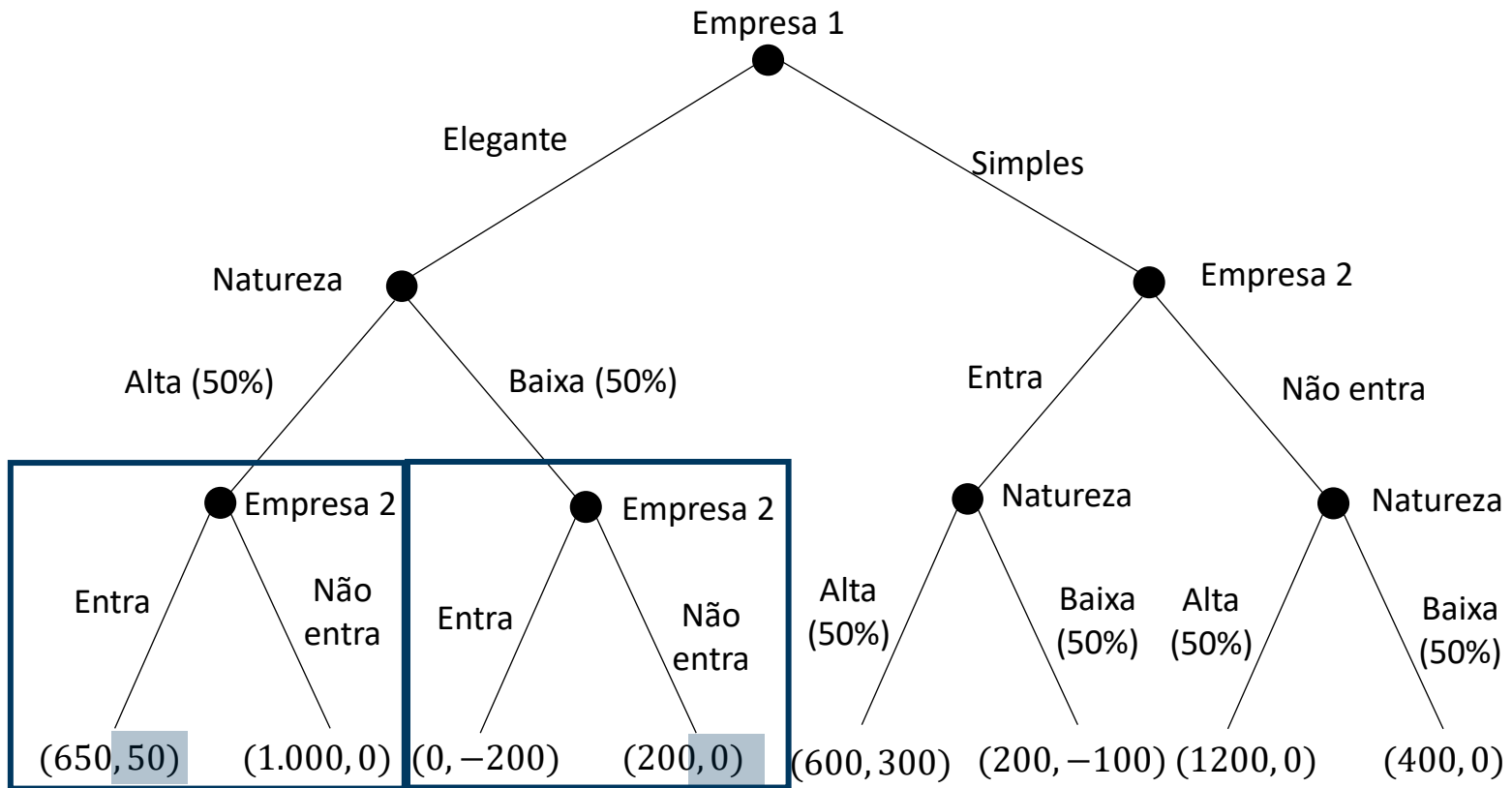
# Incerteza em jogos dinâmicos



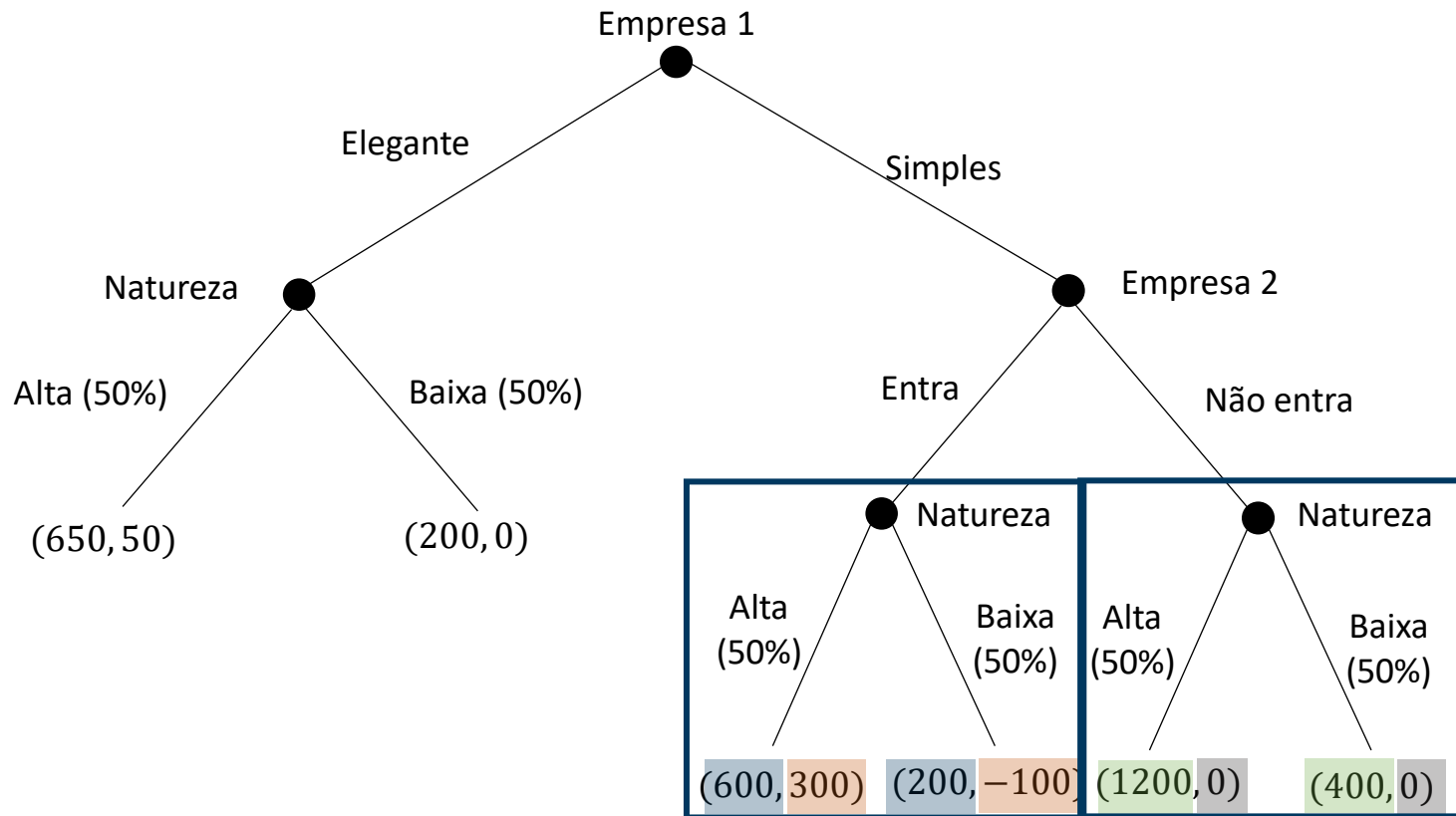
Assim como qualquer jogo sequencial, podemos utilizar indução retroativa para resolver o jogo. Porém agora, os subjogos terão duas possibilidades:

- i) se a natureza joga, o resultado do subjogo são os payoffs esperados para cada jogador com as probabilidades pré-determinadas pela natureza;
- ii) e um jogador estratégico joga, a solução é exatamente a mesma do jogo sem incerteza.

# Incerteza em jogos dinâmicos

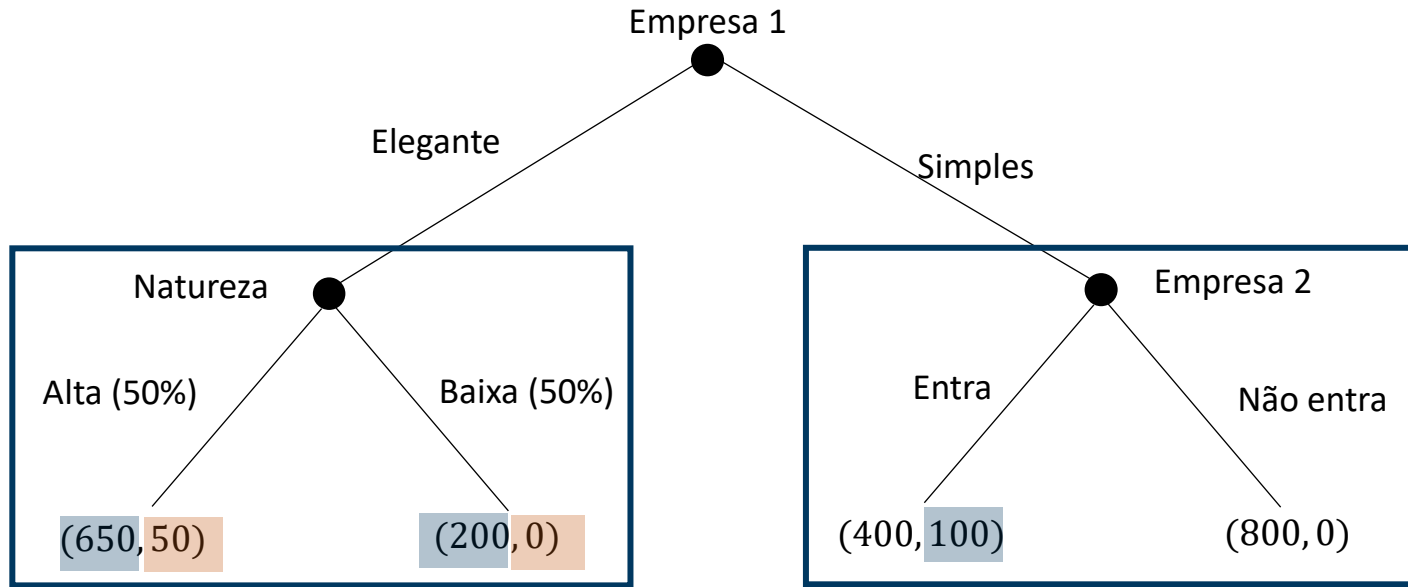


# Incerteza em jogos dinâmicos



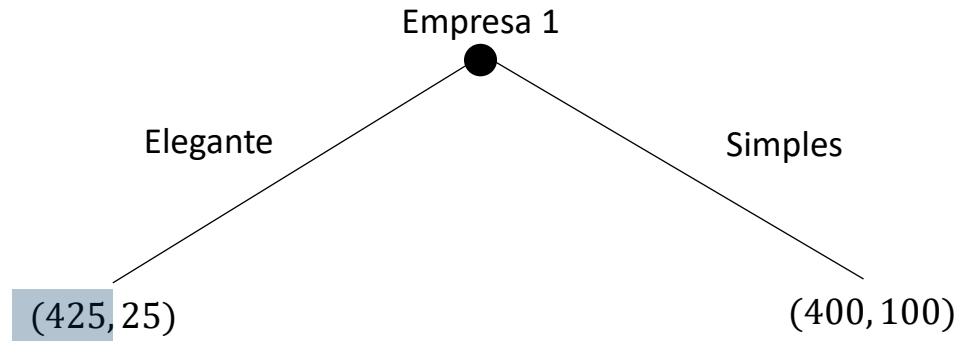
$$(600 \times 0,5 + 200 \times 0,5 = 400, 300 \times 0,5 - 100 \times 0,5 = 100) \quad (1200 \times 0,5 + 400 \times 0,5 = 800, 0 \times 0,5 + 0 \times 0,5 = 0)$$

# Incerteza em jogos dinâmicos

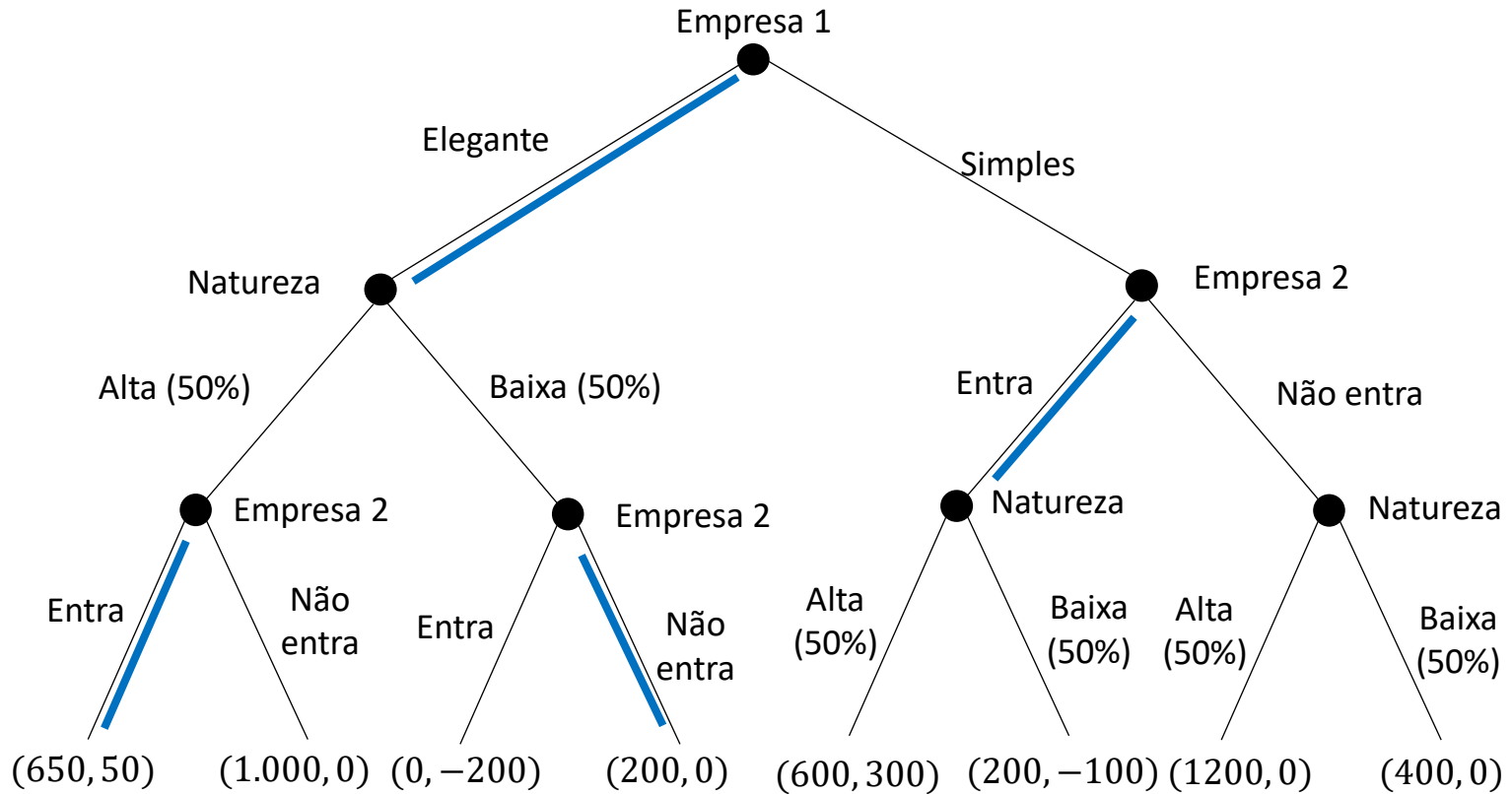


$$(650 \times 0,5 + 200 \times 0,5 = 425, 50 \times 0,5 + 0 \times 0,5 = 25)$$

# Incerteza em jogos dinâmicos



# Incerteza em jogos dinâmicos



ENPS: {elegante; (entra se a empresa 1 joga campanha publicitária elegante e a natureza escolhe produção alta, não entra se a empresa 1 escolhe elegante e a natureza escolhe demanda baixa, entra se a empresa 1 joga campanha publicitária simples)}.



# NEDUR

Núcleo de Estudos em Desenvolvimento  
Urbano e Regional

Universidade Federal do Paraná



Av. Prefeito Lothário Meissner, nº 632 – Setor de Ciências Sociais | UFPR



[www.nedur.ufpr.br](http://www.nedur.ufpr.br)



[nedur.ufpr@gmail.com](mailto:nedur.ufpr@gmail.com)