



NEDUR

Núcleo de Estudos em Desenvolvimento
Urbano e Regional
Universidade Federal do Paraná

Introdução à Teoria dos Jogos: Modelos de Jogos

Prof^a. Kênia Barreiro de Souza

Professora do Departamento de Economia e do Programa de Pós-Graduação em Desenvolvimento Econômico da Universidade Federal do Paraná e Pesquisadora do Núcleo de Estudos em Desenvolvimento Urbano e Regional (NEDUR)

Material desenvolvido para a disciplina de Teoria dos Jogos (SE358) do Curso de Ciências Econômicas da Universidade Federal do Paraná (UFPR). O uso desse material fica autorizado em outros cursos desde que devidamente citados os créditos.

Janeiro/2021

Referências

FIANI, R. (2015) Teoria dos Jogos. 4ª edição. Editora Campus. (Capítulo 2)

BIERMAN, H. S. FERNANDEZ, L. (2011) Teoria dos Jogos. Editora Pearson. (Capítulo 2)

Jogo – Jogo é uma representação formal que permite a análise de situações que envolvem interações entre agentes racionais que se comportam estrategicamente (FIANI, 2015 p. 12).

- **Jogadores** – tomadores de decisão
- **Ação ou movimento** – escolha que o jogador pode fazer quando é chamado a jogar
- **Conjunto de ações** – todas as ações possíveis para cada jogador. Podemos definir o conjunto de n ações para cada jogador $i = 1, \dots, n$, como:

$$A_i = \{a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{im}\}$$

- **Estratégia pura** – plano completo e não aleatório para se jogar um jogo.
 - Por completo, entende-se que contempla todas as contingências possíveis, ainda que improváveis. Por não aleatório, entende-se que cada ação será jogada com 100% de chance.
 - Ou seja, determina um plano de ações para cada jogador, no qual estão especificadas as ações que o jogador deverá tomar em ***todos os momentos em que ele é chamado a jogar***.
- Formalmente, se s_j^i representa a j -ésima estratégia do jogador i , o conjunto ou espaço de estratégias desse jogador é dado por:

$$S^i = \{s_j^i\}$$

- **Combinação ou perfil de estratégias** – um conjunto ordenado em que cada elemento é uma estratégia de cada um dos jogadores:

$$S = (s^1, \dots, s^n)$$

- **Vetor de recompensas** – lista de recompensas (*payoffs*) resultantes de cada perfil de estratégias, e pode ser representado por uma função $U^i(s^1, \dots, s^n)$, tal que:

$$U^i(x) \geq U^i(y) \text{ sempre que } x \succeq y$$

- As recompensas mostram o que cada jogador ganha ou perde com cada resultado possível do jogo. Esses valores podem ser resultados da utilidade dos indivíduos (conforme a indicação acima), mas também podem indicar **retornos monetários, volume de produção, participações de mercado, entre outros**. De uma forma geral, o payoff é a recompensa, ou o que motiva cada jogador a participar do jogo.

Definições

- **Jogos estáticos (ou simultâneos)** – ausência de informação sobre a decisão do oponente, e falta de interesse em interações futuras. No jogo estático, as estratégias serão iguais as ações, como veremos adiante.
 - *Exemplo: Dilema dos prisioneiros*

		Jogador 2	
		Confessa	Não confessa
Jogador 1	Confessa	-2,-2	0,-4
	Não confessa	-4,0	-1,-1

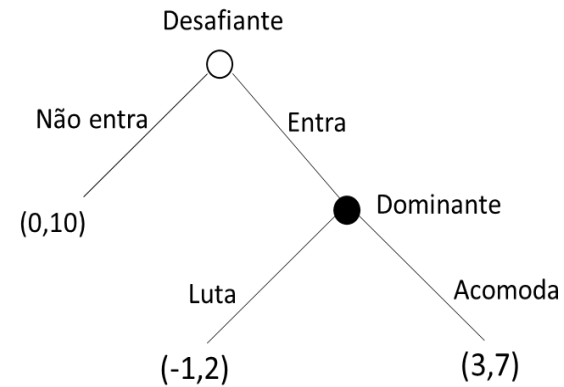
- A forma de representação mais utilizada para jogos simultâneos é a **forma normal, ou estratégica**, conforme o exemplo acima.

Definições

		Jogador 2	
		Confessa	Não confessa
Jogador 1	Confessa	-2,-2	0,-4
	Não confessa	-4,0	-1,-1

- **Jogadores:** 2, o Jogador 1 é chamado de *jogador linha*, e o Jogador 2 de *jogador coluna*
- **Ações:** 2, confessa e não confessa, para ambos.
- **Espaço de estratégias:** 2, confessa e não confessa, para ambos.
 - Em jogos simultâneos as estratégias são iguais às ações.
$$A_i = S_i = \{confessa, não confessa\}$$
- **Payoffs:** são os anos perdidos na prisão, e sempre estão na ordem (linha, coluna).
 - Ou seja, para o **perfil de estratégias** (confessa, não confessa), os payoffs do jogo serão zero para o jogador 1 (linha), e -4 para o jogador 2 (coluna).

- **Jogos sequenciais** – os jogadores realizam seus movimentos em uma ordem pré-determinada
- *Exemplo: O Jogo da Entrada*
 - A forma mais usual de apresentação dos jogos sequenciais é a **árvore de jogos**.
 - Cada nó representa uma decisão e os ramos representam uma das escolhas possíveis dessa decisão.
 - Os *payoffs* ocorrem apenas nos **nós finais** do jogo, sendo o primeiro payoff o do jogador que joga primeiro, e assim por diante.

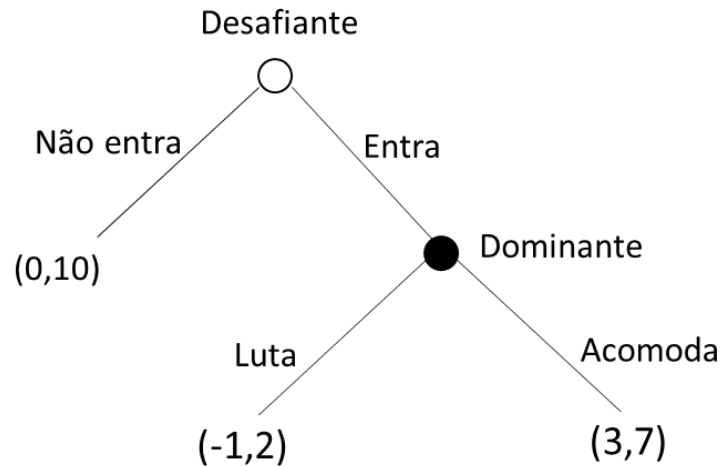


Fonte: Fiani (2015, p. 218)

Regras da árvore de jogos:

- Todo nó deve ser precedido por, no máximo, um outro nó;
- Nenhuma trajetória pode ligar um nó a ele mesmo;
- Todo nó na árvore deve ser sucessor de um único e mesmo nó inicial.

Definições



- **Jogadores:** 2, desafiante e dominante

- **Ações:**

- a desafiante tem como ações Não entra e Entra;
- a dominante tem com ações Luta e Acomoda.

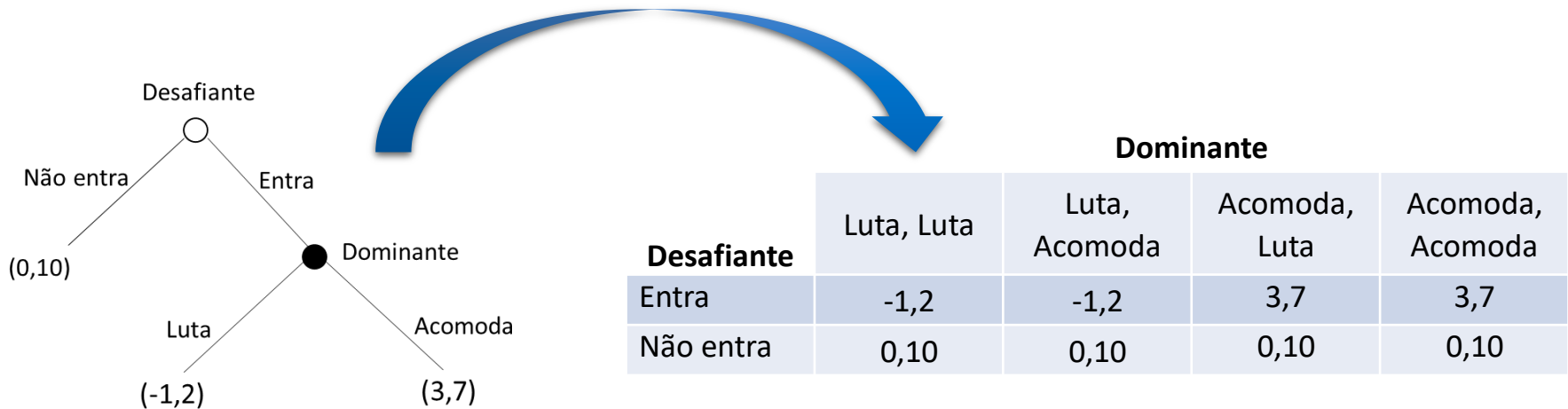
- **Estratégias:**

- a **desafiante** tem como estratégias Não entra e Entra (estratégias = ações);
- Já a **dominante**, tem como estratégias:
 - Luta se a desafiante entra;
 - Luta se a desafiante não entra;
 - Acomoda se a desafiante entra;
 - Acomoda se a desafiante não entra.

- **Payoffs:** representa a receita obtida ou perdida em cada situação:

- Por exemplo, se a desafiante entra e a dominante acomoda, a desafiante tem um lucro de 3 milhões e a dominante obtém um lucro de 7 milhões.

- **Como representar o jogo da entrada na forma estratégica?**
 - Poderíamos também representar um jogo sequencial na forma estratégica:



- No jogo sequencial, as estratégias devem contemplar todas as contingências possíveis, ainda que improváveis.

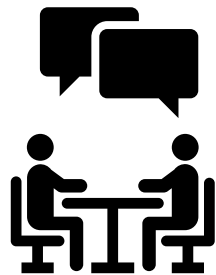
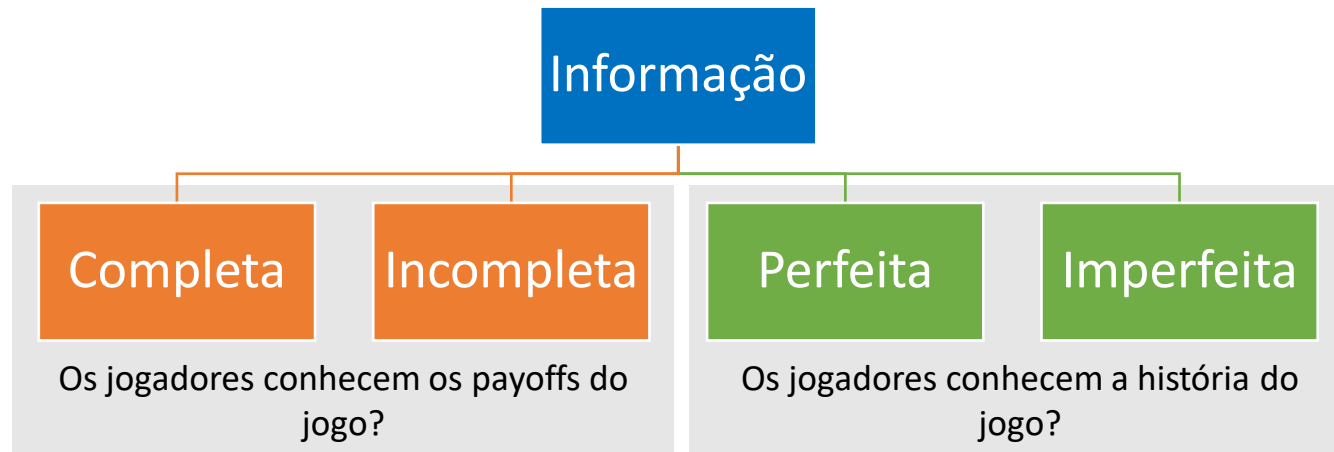
Definições

- *O que aconteceria com o jogo da entrada se as decisões fossem tomadas simultaneamente?*
 - Nesse caso, ações e estratégias são iguais:

Desafiante	Dominante	
	Luta	Acomoda
Entra	-1,2	3,7
Não entra	0,10	0,10

Definições

- *Classificação dos jogos quando ao tipo de informação:*

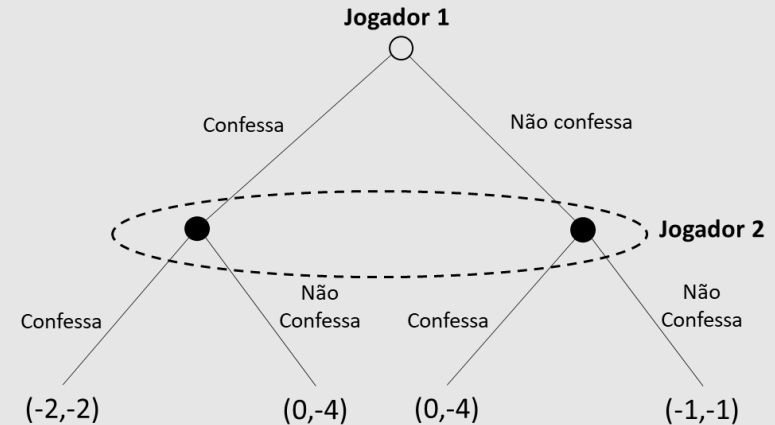


- **Classificação dos jogos quando ao tipo de informação:**
 - **Informação completa** – as funções de payoffs são de conhecimento comum* a todos os jogadores.
 - **Informação incompleta** – algum dos jogadores está incerto sobre a função de payoff dos demais jogadores.
 - **Informação perfeita** – a cada movimento no jogo, cada jogador sabe a história completa de jogadas realizadas até aquele ponto do jogo
 - **Informação imperfeita** – em algum ponto do jogo, algum jogador que irá se mover não sabe a história completa do jogo.

*Assumir que o jogo é de informação comum, ou *common knowledge*, implica que os jogadores conhecem todas as informações do jogo, os jogadores sabem que todos os jogadores sabem de todas as informações do jogo, os jogadores sabem que os jogadores sabem que todos os jogadores sabem das informações do jogo e assim por diante até o infinito.

Definições

- Um **conjunto de informações** é um conjunto constituído pelos nós que o jogador acredita poder ter alcançado a cada etapa do jogo.
- Se o jogador sabe exatamente onde está no jogo, seu conjunto de informação será composto de apenas um nó, e será **chamado de conjunto unitário**.
- Caso o jogador não saiba em que nó de decisão está jogando, esses nós formaram um conjunto de informação.

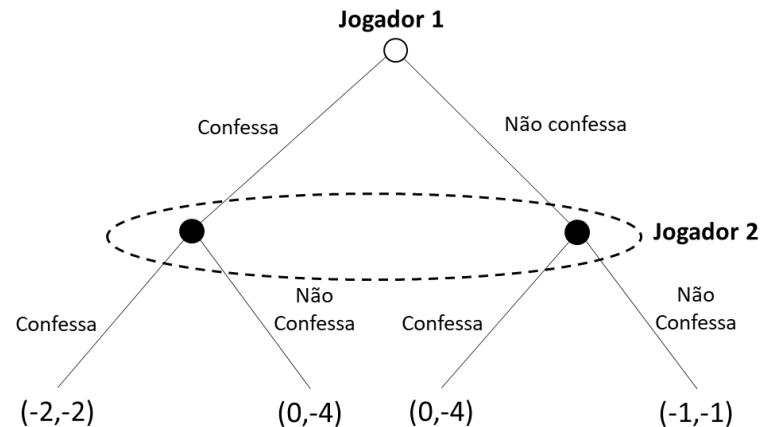


O jogo apresentado é o próprio dilema dos prisioneiros representado na forma extensiva. Nesse caso, mesmo que a sequência se inicie com o jogador 1, o jogador 2 não sabe qual foi a ação do jogador 1 quando é chamado a jogar. Logo, as decisões ocorrem de forma independente, caracterizando um jogo simultâneo, exatamente como descrito anteriormente.

- São regras para conjuntos de informação:

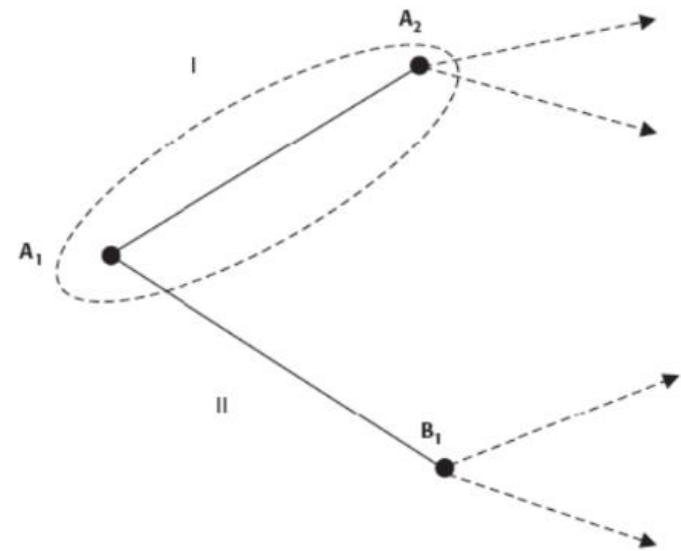
a) Conjuntos de informação não podem conter nós que pertencem a jogadores diferentes:

- No exemplo anterior, com o dilema dos prisioneiros representado no formato de árvore, ambos os nós (dentro do conjunto de informações pertencem ao jogador B).



b) Conjuntos de informação não podem ter nós em sequência:

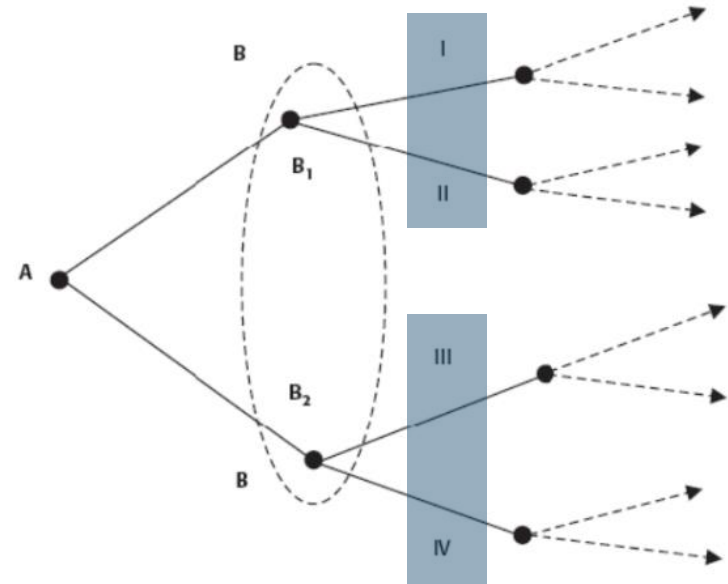
- No exemplo ao lado, não pode haver um problema de informação, pois se o Jogador A jogou I ele sabe em que nó estará na próxima rodada.



Fonte: Fiani (2015, p. 62-63)

c) Os nós de um conjunto de informação, não podem apresentar diferentes conjuntos de ação.

- No exemplo ao lado, o Jogador B precisa saber em que nó está, pois se ele estiver no nó B_1 terá I e II como ações possíveis. Se ele estiver no nó B_2 terá III e IV como ações possíveis. Logo, poderá deduzir em que nó está.



Fonte: Fiani (2015, p. 62-63)

Definições

- A partir do conceito de conjuntos de informação, podemos ***redefinir a distinção de informação perfeita e imperfeita.***
 - Em um jogo de informação perfeita, todos os nós são unitários, ao passo que, se há informação perfeita ao menos algum conjunto de informação possui mais de um nó de decisão.

Observe que, com essa definição, podemos concluir que ***todo jogo simultâneo é de informação imperfeita.***

Próxima aula...

**Como solucionar jogos de
simultâneos de informação
completa?**



NEDUR

Núcleo de Estudos em Desenvolvimento
Urbano e Regional

Universidade Federal do Paraná



Av. Prefeito Lothário Meissner, nº 632 – Setor de Ciências Sociais | UFPR



www.nedur.ufpr.br



nedur.ufpr@gmail.com