NEDUR
Núcleo de Estudos em Desenvolvimento Urbano e Regional
Universidade Federal do Paraná

Insumo-Produto: Introdução e Modelos Regionais

Alexandre Porsse[Φ] • Vinícius Vale[Φ]

[Φ] Professor do Departamento de Economia e do Programa de Pós-Graduação em Desenvolvimento Econômico (PPGDE) da Universidade Federal do Paraná (UFPR) e Pesquisador do Núcleo de Estudos em Desenvolvimento Urbano e Regional (NEDUR)

Material desenvolvido para a disciplina Economia Regional e Urbana do Curso de Ciências Econômicas da Universidade Federal do Paraná (UFPR). Os professores autorizam o uso desse material em outros cursos desde que devidamente citados os créditos.

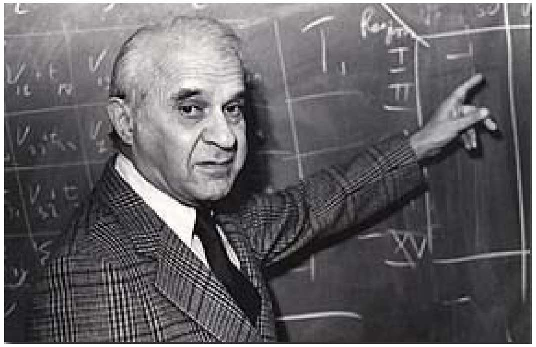
Agosto/2020

UFPR
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
PPGDE
Programa de Pós-Graduação em Desenvolvimento Econômico - UFPR

Tópicos

- Análise de insumo-produto
- Fluxos de insumo-produto
- Modelo nacional de insumo-produto
- Exemplo numérico
- Multiplicadores e geradores
- Apêndice

Análise de insumo-produto



- Ideia desenvolvida por **Wassily Leontief** (Prêmio Nobel em Economia em 1973).
- De acordo com Leontief. "a **análise de insumo-produto** é uma extensão prática da teoria clássica de interdependência geral que vê a economia total de uma região, país, ou mesmo do mundo todo, como um sistema simples, e parte para descrever e para interpretar a sua operação em termos de relações estruturais básicas observáveis" (Leontief, 1987, p. 860).
- A origem da sua teoria pode ser ligada ao problema do **fluxo circular da renda** (Tableau Économique - François Quesnay) assim como ao problema da sua distribuição entre as classes envolvidas dentro do processo produtivo.

Análise de insumo-produto

- A **análise de insumo-produto** pode ser empregada em todos os países – independentemente de ideologias.
- Modelo integrado ao **Sistema de Contas Nacionais** (SCN).
- Estende as ideias do modelo de **base econômica**, desagregando a produção em um conjunto de setores.
- Pode ser estendido para explorar questões de distribuição de renda, política fiscal, estratégias de desenvolvimento, etc.

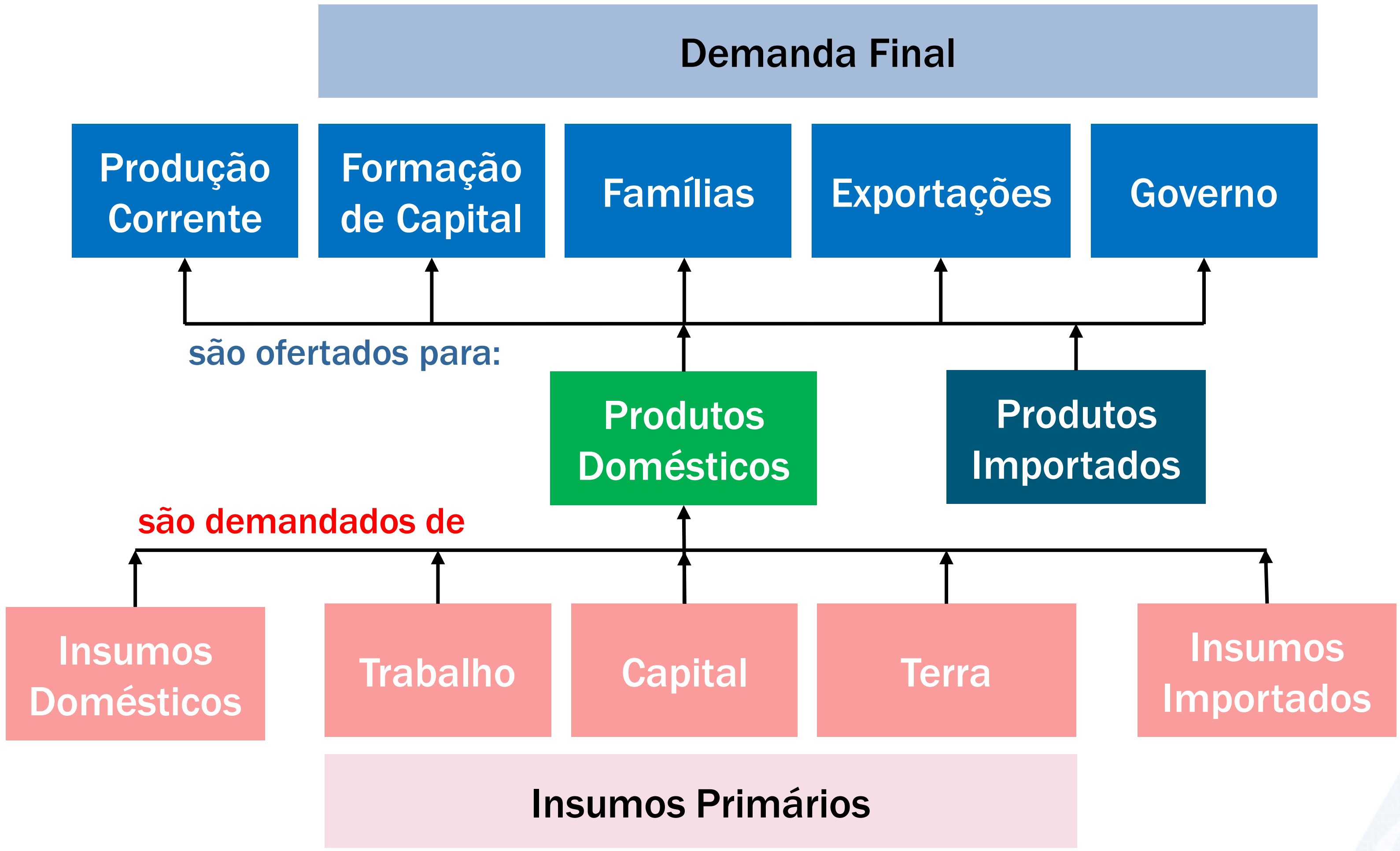
Análise de insumo-produto

- Pode ser estendido para explorar questões relacionadas a:
  - Mudanças estruturais na economia e análises setoriais;
  - Comércio internacional e cadeias globais de valor;
  - Comércio inter-regional e disparidades regionais;
  - Meio ambiente, energia, emissões e água virtual;
  - Distribuição de renda;
  - Política fiscal,
  - Estratégias de desenvolvimento, etc.

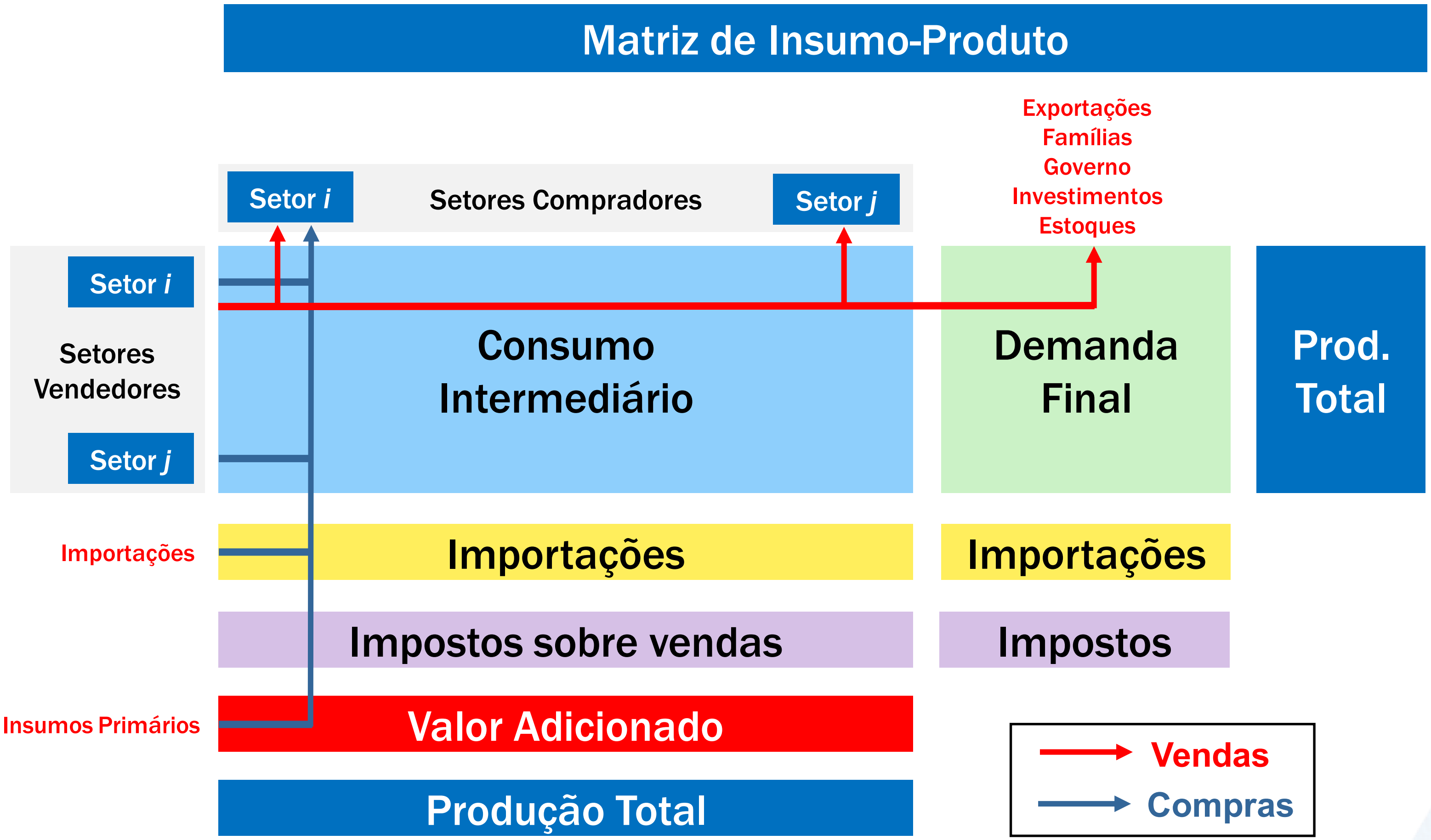
Análise de insumo-produto

- Para descrever e interpretar as **relações estruturais básicas** do modelo regional de insumo-produto, suponha:
  - Uma região com *m* firmas, produzindo uma gama de bens e serviços;
  - As empresas são atribuídas a *n* setores amplos com base em seu produto principal;
  - Os fluxos de oferta e demanda são equilibrados ao nível de cada setor.

Análise de insumo-produto



Análise de insumo-produto



Exemplo numérico*

Sistema regional de insumo-produto – setor x setor

Matriz IP		Setores S1	Setores S2	Demanda Final Y	Demanda Total X
Setores	S1	150	500	350	1000
	S2	200	100	1700	2000
Setor de Pagamentos	W	650	1400		
Produto Total	X	1000	2000		

Fonte: Miller e Blair (2009) – *2.3. An Illustration of Input–Output Calculations* (p. 21).
*Ver arquivo Excel.

Fluxos de insumo-produto

- As transações entre os setores estão dispostas em uma matriz com *n* linhas e *n* colunas, conforme tabela anterior (exemplo numérico).
- Pela **ótica das linhas**, as vendas feitas pelas firmas à esquerda podem ser atribuídas às firmas listadas no topo da coluna:
  - O Setor 1 (S1) vende $150 para o Setor 1 (S1) e $500 para o Setor 2 (S2).
  - O Setor 2 (S2) vende $200 para o Setor 1 (S1) e $100 para o Setor 2 (S2).
- Esta parte da tabela de insumo-produto é chamada de **transações interindustriais** ou **consumo intermediário** – fornece uma fotografia da economia com o foco nas relações intersetoriais.
- Vale ressaltar que os insumos são expressos em **termos monetários**, uma vez que seria difícil combinar, por exemplo, toneladas de minério de ferro com megawatts de eletricidade, etc.

Fluxos de insumo-produto

- Além das **transações intermediárias**, os setores também vendem para outros conjuntos de atividades:
  - Consumidores (famílias), governo e mercados externos (exportações).
  - Esta parte da tabela de insumo produto é chamada de **demanda final**. No exemplo:
    - O Setor 1 (S1) vende $350 para os agentes da demanda final (Y).
    - O Setor 2 (S2) vende $1700 para os agentes da demanda final (Y).
- Por fim, pela **ótica das colunas**, os setores (firmas) também fazem pagamentos aos fatores de produção, trabalho e capital, e às importações.
- Estes fluxos são mostrados no restante da tabela (**setor de pagamentos**).
- ***Observação:*** os elementos da demanda final e do valor adicionado não estão desagregados neste exemplo.

Modelo nacional de insumo-produto

- A **tabela de insumo-produto** é basicamente um **sistema contábil** – uma dupla entrada semelhante à preparada por uma empresa em que as vendas e as compras ou ativos e passivos são apresentados, mas, neste caso, para uma economia.
- Para mapear o impacto das mudanças em um setor no restante da economia, Leontief propôs um **modelo econômico**.
- O **modelo de insumo-produto** (ou modelo de Leontief) leva em consideração a interdependência produtiva ente os setores.

Modelo nacional de insumo-produto

Exemplo de uma tabela de insumo-produto com 2 setores

Matriz IP		Setores		Demanda Final (Y)				Demanda Total
		S1	S2	Consumo da Famílias (C)	Governo (G)	Investimento (I)	Exportações (E)	X
Setores	S1	z_{11}	z_{12}	c_1	g_1	i_1	e_1	x_1
	S2	z_{21}	z_{22}	c_2	g_2	i_2	e_2	x_2
Importação		M_1	M_2	M_c	M_g	M_i		m
Impostos		t_1	t_2	t_c	t_g	t_i	t_e	t
Valor Adicionado	W	w_1	w_2					w
Produto Total	X	x_1	x_2	c	g	i	e	

z_{ij} - fluxo monetário entre os setores *i* e *j*

c_i - consumo das familías dos produtos do setor *i*

g_i - gasto do governo junto ao setor *i*

i_i - demanda por bens de investimento produzidos no setor *i*

e_i - total exportado pelo setor *i*

x_i - total de produção do setor *i*

M_i - importação total realizada pelo setor *i*

t_i - total de impostos indiretos líquidos pagos por *i*

w_i - valor adicionado gerado pelo setor *i*

Modelo nacional de insumo-produto

- A economia é dividida em *n* setores, tal que a produção total (produto) do setor *i* é dada por:

$$x_i \equiv z_{i1} + z_{i2} + \cdots + z_{ii} + \cdots + z_{in} + y_i \qquad (1)$$

$$\forall \; i, j = 1, 2, \ldots, n$$

em que z_{ij} ($\forall \; i, j = 1, 2, \ldots, n$) representam as vendas interindustriais do setor *i*; e y_i as vendas para os agentes da demanda final ($y_i = c_i + g_i + i_i + e_i$).

- Reescrevendo a equação (1), temos:

$$x_i \equiv \sum_{j=1}^{n} z_{ij} + y_i \qquad (2)$$

$$\forall \; i, j = 1, 2, \ldots, n$$

Modelo nacional de insumo-produto

- Assumindo que cada um dos setores produz bens e serviços segundo uma "receita" fixa (formalmente conhecida como função de produção do tipo Leontief), temos:

$$a_{ij} = \frac{z_{ij}}{x_j} \quad \forall \quad i,j = 1,2,\ldots,n \tag{3}$$

sendo a_{ij} conhecido como **razão de insumo-produto** ou **coeficientes técnicos**.

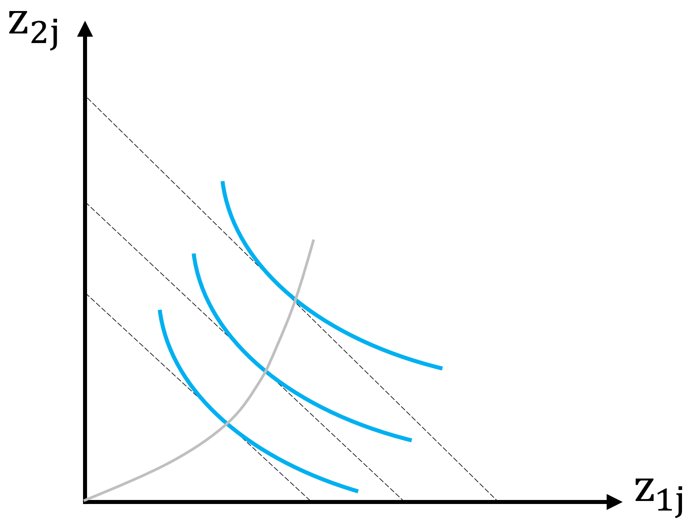
- Esses **coeficientes técnicos** são fixos: os setores usam insumos em proporções fixas.

Modelo nacional de insumo-produto

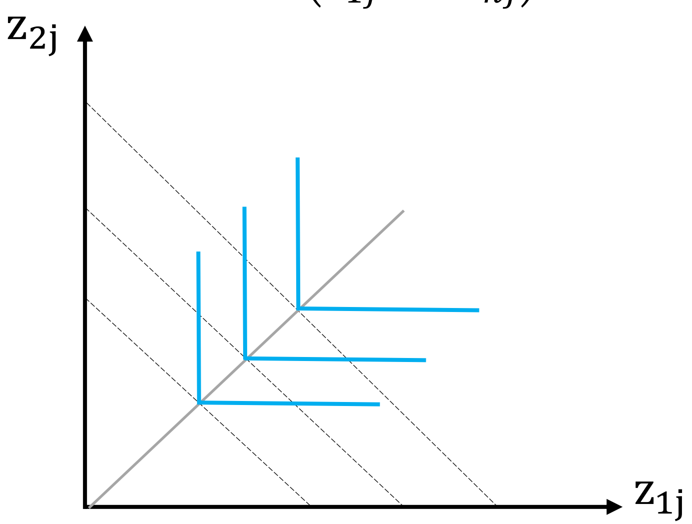
Funções de produção

$$x_j = f\left(z_{1j}, \ldots, z_{nj}, W_j, M_j\right)$$

$$x_j = \min\left(\frac{z_{1j}}{a_{1j}}, \ldots, \frac{z_{nj}}{a_{nj}}\right)$$



Função de produção clássica



Função de produção Leontief

<u>Fonte</u>: Adaptado de Miller e Blair (2009).

Modelo nacional de insumo-produto

- Utilizando a equação (3), coeficientes técnicos, podemos reescrever a equação (2) como:

$$x_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j + y_i \quad \forall\ i,j = 1,2,\ldots,n \tag{4}$$

- Ou em termos matriciais como:

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{y} \tag{5}$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_i \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1i} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2i} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{ii} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{ni} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_i \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_i \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} \tag{5'}$$

Modelo nacional de insumo-produto

- Dessa maneira, podemos fazer manipulações algébricas a partir da equação (5), $\mathbf{x} = \mathbf{Ax} + \mathbf{y}$, tal que:

$$\mathbf{x} - \mathbf{Ax} = \mathbf{y} \tag{6}$$

$$(\mathbf{I} - \mathbf{A})\mathbf{x} = \mathbf{y} \tag{7}$$

$$\mathbf{x} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{y} \tag{8}$$

em que $(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} = \mathbf{B}$ é conhecida como **a matriz inversa de Leontief**.

- A equação (8) é a equação básica do **modelo de insumo-produto**.

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_i \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1i} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2i} & \cdots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \cdots & \vdots \\ b_{i1} & b_{i2} & \cdots & b_{ii} & \cdots & b_{in} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \cdots & b_{ni} & \cdots & b_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_i \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} \tag{8'}$$

Modelo nacional de insumo-produto

- A matriz $\mathbf{B}$ representa uma aproximação de séries de potências* de $(\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}$:

$$\mathbf{B} = (\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1} = (\mathbf{I}+\mathbf{A}+\mathbf{A}^2+\mathbf{A}^3+\cdots) \tag{9}$$

- **Mas qual o significado econômico da matriz inversa de Leontief (B)?**
- A matriz $\mathbf{B}$ mostra os requisitos totais (requisitos diretos + indiretos).
- Para entender melhor o significado da matriz $\mathbf{B}$, podemos pensar na equação (8) como uma **análise de impacto.**

*Ver apêndice para mais detalhes.

Modelo nacional de insumo-produto

- **Análise de impacto**:

$$\Delta\mathbf{x} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\Delta\mathbf{y} \qquad (10)$$

- Uma variação de demanda ($\Delta\mathbf{y}$) causa um aumento do produto ($\Delta\mathbf{x}$), dada a tecnologia de produção $(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$.
- Ou seja, assume-se o pressuposto que a economia é impulsionada por variações na demanda final (componente exógeno) dado as relações interindustriais (componente endógeno).

Modelo nacional de insumo-produto

- Suponha, por exemplo, que a demanda por produtos de determinado setor *j*, tenha aumentado.
- O impacto desse aumento pode ser divido em várias rodadas:
  - O impacto inicial corresponderá exatamente ao aumento da produção deste setor *j*;
  - Entretanto, para aumentar a produção, o setor *j* demandará insumos dos demais setores;
  - Todos os demais setores que fornecem insumos ao setor *j* também terão suas produções alteradas;
  - Para aumentar suas produções, esses setores demandarão insumos uns dos outros;
  - Este encadeamento não tem fim....

Modelo nacional de insumo-produto

- O aumento da demanda final em **y** requer a produção de **y**, o que demanda insumos para produzir **y** (=**Ay**), para produzir **Ay (=A^{2}y)**, para produzir **A^{2}y (=A^{3}y)**, ... e assim por diante ...
- Logo, **y** requer a produção equivalente a:

$$\mathbf{x} = \mathbf{y} + \mathbf{A}\mathbf{y} + \mathbf{A}^2\mathbf{y} + \mathbf{A}^3\mathbf{y} + \cdots = (\underset{\text{Impacto inicial}}{\mathbf{I}} + \underbrace{\mathbf{A} + \mathbf{A}^2 + \mathbf{A}^3 + \cdots}_{\text{Rodadas}})\mathbf{y} \qquad (11)$$

- Ou de outra maneira:

$$\Delta\mathbf{x} = (\mathbf{I} + \mathbf{A} + \mathbf{A}^2 + \mathbf{A}^3 + \cdots)\Delta\mathbf{y} \qquad (12)$$

$$\Delta\mathbf{x} = \mathbf{B}\Delta\mathbf{y} \qquad (13)$$

Exemplo numérico

- Para entender melhor as relações entre a base de dados e o modelo de insumo produto, podemos recorrer a **matriz regional de insumo-produto** com dois setores (exemplo numérico inicial).

Sistema regional de insumo-produto – setor x setor

Matriz IP		Setores S1	Setores S2	Demanda Final Y	Demanda Total X
Setores	S1	150	500	350	1000
Setores	S2	200	100	1700	2000
Setor de Pagamentos	W	650	1400		
Produto Total	X	1000	2000		

Fonte: Miller e Blair (2009) – *2.3. An Illustration of Input–Output Calculations* (p. 21).
*Ver arquivo Excel.

Exemplo numérico

- A partir da matriz de insumo-produto (MIP), podemos calcular os **coeficientes diretos** (ou **coeficientes técnicos**).
- Ou seja, tomando como pressuposto de "receita" fixa, temos as transações em forma proporcional.

Matriz A	S1	S2
S1	0,15	0,25
S2	0,20	0,05

- Na análise de IP, uma vez que um conjunto de informações fornecem os coeficientes técnicos, assume-se que estes não se alteram.
- **Mas como os coeficientes técnicos são de fato calculados?**

NEDUR

Exemplo numérico

Sistema regional de insumo-produto – setor x setor

Matriz IP		Setores S1	Setores S2	Demanda Final Y	Demanda Total X
Setores	S1	$\boxed{150}$	500	350	1000
	S2	200	100	1700	2000
Setor de Pagamentos	W	650	1400		
Produto Total	X	$\boxed{1000}$	2000		

Matriz de coeficientes técnicos (diretos)

Matriz A	S1	S2
S1	$\boxed{0,15}$	0,25
S2	0,20	0,05

Exemplo: $a_{ij} = \frac{z_{ij}}{x_j}$ → Coeficiente técnico (direto)

$$a_{11} = \frac{z_{11}}{x_1} = \frac{150}{1000} = 0{,}15$$

Valor em unidades monetárias de insumos do Setor 1 (S1) por unidade monetária da produção total do próprio setor (S1).

Exemplo numérico

- A partir dos coeficientes técnicos, podemos calcular a **matriz inversa de Leontief** $(\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}$:

$(I-A)^{-1}$	S1	S2
S1	1,254	0,330
S2	0,264	1,122
Total	1,518	1,452

- As entradas revelam os **impactos diretos** e **indiretos** em um setor quando a demanda final do setor no topo da coluna muda em $1 (ou $1 milhão ou $100 milhões).
- Observe que a entrada na diagonal principal é sempre maior que a unidade (>1):
    - o valor unitário representa o aumento da demanda final nesse setor; e
    - a parcela restante representa o impacto direto e indireto da expansão.

Exemplo numérico

- A soma das linhas da matriz inversa de Leontief mostram os **multiplicadores de produção**:

$$M_j^P = \sum_{i=1}^{n} b_{ij}$$

Multiplicadores de produção

$(I-A)^{-1}$	S1	S2
S1	1,254	0,330
S2	0,264	1,122
Total	1,518	1,452

- Observe que esses valores variam de 1,452 (Setor 2) a 1,518 (Setor 1).
- **Como esses valores devem ser interpretados?**
- Eles fornecem informações sobre o impacto no restante da economia (incluindo o setor em questão) de uma mudança unitária na demanda final em qualquer setor.

NEDUR

Exemplo numérico

- O valor de **1,45** para o Setor 2 nos diz que, para cada aumento de $1 na demanda final desse setor, um valor adicional de **$0,45** de atividade é gerado para um valor total de produção de **$1,45**.

$$M_j^P = \sum_{i=1}^{n} b_{ij}$$

Multiplicadores de produção

$(I-A)^{-1}$	S1	S2
S1	1,254	0,330
S2	0,264	1,122
Total	1,518	1,452

$$\Delta\mathbf{x} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\Delta\mathbf{y}$$

$$\begin{bmatrix}\Delta x_1\\ \Delta x_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1{,}254 & 0{,}330\\ 0{,}264 & 1{,}122\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}\Delta x_1\\ \Delta x_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1{,}254 \times 0 + 0{,}330 \times 1\\ 0{,}264 \times 0 + 1{,}122 \times 1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0{,}330\\ 1{,}122\end{bmatrix}$$

$$\Delta\mathbf{x} = 0{,}330 + 1{,}122 = 1{,}452$$

Exemplo numérico

- **Por que esses valores variam?**
  - Eles refletem o grau em que um setor é dependente dos outros setores da economia, por seus insumos e como fonte de consumo de seus produtos.
  - Eles dependem da estrutura de produção (a “receita”).
- **Observações**:
  - Seria incorreto supor que a importância de um setor na economia está diretamente relacionada ao tamanho do multiplicador.
  - Um setor com um grande volume de produção, mas com um multiplicador modesto, pode gerar um maior volume de atividade na região do que um setor com maior multiplicador, mas com um menor volume de produção.

Exemplo numérico

Sistema regional de insumo-produto – setor x setor

Matriz IP		Setores S1	Setores S2	Demanda Final Y	Demanda Total X
Setores	S1	150	500	350	1000
	S2	200	100	1700	2000
Setor de Pagamentos	W	650	1400		
Produto Total	X	1000	2000		

$(I-A)^{-1}$	S1	S2
S1	1,254	0,330
S2	0,264	1,122
Total	1,518	1,452

Exemplo: $\mathbf{x} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{y}$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1{,}254 & 0{,}330 \\ 0{,}264 & 1{,}122 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 350 \\ 1700 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1{,}254 \times 350 + 0{,}330 \times 1700 \\ 0{,}264 \times 350 + 1{,}122 \times 1700 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1000 \\ 2000 \end{bmatrix}$$

Exemplo numérico

$$\boldsymbol{x} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{y}$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \left[\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0{,}15 & 0{,}25 \\ 0{,}20 & 0{,}05 \end{bmatrix}\right]^{-1} \begin{bmatrix} 350 \\ 1700 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - 0{,}15 & 0 - 0{,}25 \\ 0 - 0{,}20 & 1 - 0{,}05 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 350 \\ 1700 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}85 & -0{,}25 \\ -0{,}20 & 0{,}95 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 350 \\ 1700 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1{,}254 & 0{,}330 \\ 0{,}264 & 1{,}122 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 350 \\ 1700 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1{,}254 \times 350 + 0{,}330 \times 1700 \\ 0{,}264 \times 350 + 1{,}122 \times 1700 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1000 \\ 2000 \end{bmatrix}$$

Multiplicadores e geradores

- Existem vários multiplicadores adicionais que podem ser calculados.
- Quando um setor expande a produção, por exemplo, ele aumentará os pagamentos ao trabalho gerando salários adicionais que serão gastos na região.
- Além disso, outras indústrias cuja produção deve se expandir para atender a essas novas demandas também gastarão mais em salários.
- Assim, podemos gerar um **multiplicador de renda** que revela a relação entre geração de renda direta e renda total (de forma semelhante ao produto).
- Poderíamos também fazer a análise em termos de **emprego** (**multiplicador de emprego**).

Multiplicador simples (gerador) de emprego

- Para calcular o **multiplicador simples de emprego**, devemos calcular primeiro o **coeficiente de emprego** (requisito de emprego):

$$w_j^e = \frac{e_j}{x_j} \quad \forall \quad j = 1, 2, \ldots, n \qquad (14)$$

- A partir da equação (14), podemos definir o **multiplicador simples de emprego** (ou gerador de emprego) como:

$$G_j^e = \sum_{i=1}^{n} w_j^e \times b_{ij} \qquad (15)$$

- O multiplicador simples de emprego apresenta o impacto total, direto e indireto, sobre a variável.

Multiplicador de emprego

- O **multiplicador de emprego**, por sua vez, é dado por:

$$M_j^e = \frac{G_j^e}{w_j^e} \tag{16}$$

- O multiplicador de emprego indica o quanto é gerado, direta e indiretamente, de emprego para cada unidade diretamente gerada de emprego.

Exemplo numérico

NEDUR

Sistema regional de insumo-produto – setor x setor

Matriz IP		Setores S1	Setores S2	Demanda Final Y	Demanda Total X
Setores	S1	150	500	350	1000
	S2	200	100	1700	2000
Setor de Pagamentos	W	650	1400		
Produto Total	X	1000	2000		

	S1	S2
Emprego	300	800

	S1	S2
Coef. Emprego	0,3	0,4

Exemplo: $w_j^e = \dfrac{e_j}{x_j}$ → Coeficiente de emprego

$$w_1^e = \frac{e_1}{x_1} = \frac{300}{1000} = 0,3$$

Exemplo numérico

Sistema regional de insumo-produto – setor x setor

Matriz IP		Setores S1	Setores S2	Demanda Final Y	Demanda Total X
Setores	S1	150	500	350	1000
	S2	200	100	1700	2000
Setor de Pagamentos	W	650	1400		
Produto Total	X	1000	2000		

	S1	S2
Emprego	300	800

	S1	S2
Coef. Emprego	0,3	0,4

$(I-A)^{-1}$	S1	S2
S1	1,254	0,330
S2	0,264	1,122
Total	1,518	1,452

Exemplo: $$G_j^e = \sum_{i=1}^{n} w_j^e \times b_{ij}$$

$$G_1^e = (0{,}3 \times 1{,}254) + (0{,}4 \times 0{,}264)$$

$$G_1^e = 0{,}48$$ → Multiplicador simples de emprego (ou gerador de emprego)

Exemplo numérico

Sistema regional de insumo-produto – setor x setor

Matriz IP		Setores S1	Setores S2	Demanda Final Y	Demanda Total X
Setores	S1	150	500	350	1000
	S2	200	100	1700	2000
Setor de Pagamentos	W	650	1400		
Produto Total	X	1000	2000		

	S1	S2
Emprego	300	800

	S1	S2
Coef. Emprego	0,3	0,4

Exemplo: $M_j^e = \frac{G_j^e}{w_j^e}$

Multiplicador simples de emprego (gerador de emprego)

$$\boxed{G_1^e = 0{,}48}$$

$$M_1^e = \frac{0{,}48}{0{,}3} = 1{,}61 \rightarrow$$ Multiplicador de emprego

Multiplicador e geradores

- A partir dos coeficientes diretos e da matriz inversa de Leontief, é possível estimar, para cada setor da economia, o quanto é gerado direta e indiretamente também de **importações**, **impostos**, **salários**, **valor adicionado**, ... etc. para cada unidade monetária produzida para a demanda final.
- O procedimento é similar ao apresentado para o emprego.

NEDUR

Referências

Básica:

- MILLER, R. E.; BLAIR, P. D. **Input-Output Analysis**: Foundations and Extensions. Prentice-Hall, 2009.
- GUILHOTO, J. J. M. **Análise de Insumo-produto:** teoria e fundamentos. 2011. (MPRA Paper No. 32566)

Complementar:

- HADDAD, E. **Modelos Aplicados de Equilíbrio Geral** – EAE 5918. Núcleo de Economia Regional e Urbana da Universidade de São Paulo, 2019.
- HADDAD, E.; VALE, V. A. **Curso de Métodos de Análise Regional e Inter-regional.** Núcleo de Economia Regional e Urbana da Universidade de São Paulo. Programa de Extensão Nereides, 2017.

Apêndice

$$\mathbf{B} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} = (\mathbf{I} + \mathbf{A} + \mathbf{A}^2 + \mathbf{A}^3 + \cdots)$$

- Por definição, a matriz **A** é não-negativa com $a_{ij} \geq 0$ $\forall$ *i* e *j* e dado a suposição que cada setor usa insumos do setor de pagamentos (trabalho, capital, etc.), a soma dos elementos de **A** na coluna é menor que 1 ($\sum_{i=1}^{n} a_{ij} < 1 \ \forall j$).

- Portanto, pré-multiplicando $(\mathbf{I} + \mathbf{A} + \mathbf{A}^2 + \mathbf{A}^3 + \cdots + \mathbf{A}^n)$ por $(\mathbf{I} - \mathbf{A})$, tem-se:

$$(\mathbf{I} - \mathbf{A})(\mathbf{I} + \mathbf{A} + \mathbf{A}^2 + \mathbf{A}^3 + \cdots + \mathbf{A}^n) = (\mathbf{I} - \mathbf{A}^{n+1})$$

visto que todos os outros termos são cancelados (para **A** existe um –**A**, para $\mathbf{A}^2$ existe um $-\mathbf{A}^2$, etc.).

- Se isso é verdade para *n* grande ($n \to \infty$), os elementos $\mathbf{A}^{n+1}$ serão 0 (zero) ou próximos de zero. Portanto, o lado direito da equação acima será simplesmente **I**:

$$(\mathbf{I} - \mathbf{A})(\mathbf{I} + \mathbf{A} + \mathbf{A}^2 + \mathbf{A}^3 + \cdots + \mathbf{A}^n) = \mathbf{I}$$

Apêndice

$$\mathbf{B} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} = (\mathbf{I} + \mathbf{A} + \mathbf{A}^2 + \mathbf{A}^3 + \cdots)$$

- Reescrevendo, tem-se

$$(\mathbf{I} + \mathbf{A} + \mathbf{A}^2 + \mathbf{A}^3 + \cdots + \mathbf{A}^n) = \frac{\mathbf{I}}{(\mathbf{I} - \mathbf{A})}$$

ou

$$(\mathbf{I} + \mathbf{A} + \mathbf{A}^2 + \mathbf{A}^3 + \cdots + \mathbf{A}^n) = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$$

- Portanto, tem-se:

$$\mathbf{B} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} = (\mathbf{I} + \mathbf{A} + \mathbf{A}^2 + \mathbf{A}^3 + \cdots)$$

Apêndice

$$\mathbf{B} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} = (\mathbf{I} + \mathbf{A} + \mathbf{A}^2 + \mathbf{A}^3 + \cdots)$$

- **Exemplo numérico:** aproximação de séries de potências de $(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$:

$$\mathbf{B} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} = (\mathbf{I} + \mathbf{A} + \mathbf{A}^2 + \mathbf{A}^3 + \cdots)$$

$$\mathbf{B} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$$

Matriz Identidade	S1	S2
S1	1	0
S2	0	1

Matriz A	S1	S2
S1	0,15	0,25
S2	0,20	0,05

A^2	S1	S2
S1	0,07	0,05
S2	0,04	0,05

A^3	S1	S2
S1	0,02	0,02
S2	0,02	0,01

A^4	S1	S2
S1	0,01	0,01
S2	0,01	0,00

$I + A^1 + A^2 + A^3 + A^4$	S1	S2
S1	1,25	0,33
S2	0,26	1,12

$\approx$

$(I-A)^{-1}$	S1	S2
S1	1,254	0,330
S2	0,264	1,122

Contato

- Professores:

Prof. Alexandre Alves Porsse:
porsse@gmail.com

Prof. Vinícius de Almeida Vale:
vinicius.a.vale@gmail.com

NEDUR

Núcleo de Estudos em Desenvolvimento Urbano e Regional

Universidade Federal do Paraná

Av. Prefeito Lothário Meissner, nº 632 – Setor de Ciências Sociais | UFPR

www.nedur.ufpr.br

nedur.ufpr@gmail.com